

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

Институт физико-математического образования, информационных и
обслуживающих технологий
Кафедра высшей математики и методики преподавания математики

УТВЕРЖДАЮ

Директор института физико-
математического образования,
информационных и обслуживающих
технологий



Горбенко Е.Е.

«13»

2023 г.

Приложение к рабочей программе учебной дисциплины

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации
обучающихся по дисциплине

Линейная алгебра и аналитическая геометрия

По направлению подготовки – 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя
профилями подготовки)

Профиль подготовки – Физика. Математика

Квалификация выпускника – бакалавр

Форма обучения – очная

Курс – I курс (I семестр)

Разработчик

Ст. преподаватель кафедры ВМ и МПМ,

Тищенко Екатерина Васильевна

Заведующий кафедрой

высшей математики и методики

преподавания математики

Кривко Я.П.

Протокол от «05» декабря 2023 г., № 5

Луганск, 2023

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1.1. Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – неотъемлемая часть рабочей программы дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» и предназначен для контроля и оценки образовательных достижений студентов, освоивших дисциплину.

1.2. Цели и задачи фонда оценочных средств

Цель ФОС – установить соответствие уровня подготовки обучающегося требованиям ФГОС ВО – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) Физика и Математика, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22 февраля 2018 г. №125 (с изменениями и дополнениями) и Профессиональным стандартом, утвержденным Приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации «Об утверждении профессионального стандарта "Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)"» от 18 октября 2013 г. № 544н..

1.3. Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения основной образовательной программы

Процесс освоения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций и индикаторов их достижения:

Код по ФГОС ВО	Индикатор достижения
Общепрофессиональные	
ПК-1	ПК-1.1 ПК-1.2 ПК-1.3

1.2. Этапы формирования компетенций и средства оценивания уровня их сформированности

Этапы формирования компетенций	Компетенции	Контрольно-оценочные средства / способ оценивания
1 семестр		
Тема 1. Матрицы, определители, системы линейных уравнений. Числовые поля.	ПК-1	Выполнение практических заданий, индивидуального задания, контрольная работа
Тема 2. Элементы векторной алгебры.	ПК-1	Выполнение практических заданий, индивидуального

		задания, контрольная работа
Тема 3. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве	ПК-1	Итоговый тест, выполнение индивидуального задания
Тема 4. Элементы теории линейных пространств и линейных операторов	ПК-1	Коллоквиум
Промежуточная аттестация	ПК-1	Экзамен (устный)

1.3. Описание показателей формирования компетенций

Код компетенции	Планируемые результаты обучения (показатели)
ПК–1	<p>знает: основные психолого-педагогические и теоретико-методологические основы формирования универсальных учебных действий; основные понятия линейной алгебры и аналитической геометрии; особенности формирования универсальных учебных действий на уроках математики, при изучении тем, связанных с линейной и векторной алгеброй, аналитической геометрией.</p> <p>умеет: применять методы алгебры и геометрии при решении профессиональных задач; устанавливать границы применимости методов; уметь проверять решения; формировать и реализовывать программы развития УДД по математике.</p> <p>владеет навыками: решения задач линейной алгебры; решениями уравнений основных геометрических образов – на плоскости, в пространстве; методами построения математической модели профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов; формирования различных УДД в контексте усвоения тем, основанных на изучении элементов линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии; реализации программы развития УДД по математике.</p>

1.4. Критерии оценивания компетенций на разных этапах их формирования

Очная форма обучения

Вид текущей учебной работы	Количество баллов
оформление конспектов лекционных и практических занятий	10
работа на практических занятиях	20
выполнение контрольной работы	30
выполнение индивидуального задания	0
экзамен	40
Итого за 3 семестр:	100

Накопительная система оценивания по 100-балльной шкале

Четырехбал- льная система оценивания экзамена	100- балльная шкала	Буквенная шкала, соответствующая 100- балльной шкале	Система оценивания зачета
--	---------------------------	---	---------------------------------

Отлично	90–100	А – отлично – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному	Зачтено
Хорошо	83–89	В – очень хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному	
Хорошо	75–82	С – хорошо – теоретическое содержание курса освоено полностью; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно; все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками	
Удовлетворительно	63–74	Д – удовлетворительно – теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки	
Удовлетворительно	50–62	Е – посредственно – теоретическое содержание курса освоено частично; некоторые практические навыки работы не сформированы, многие предусмотренные программой обучения учебные задания не выполнены либо качество выполнения некоторых из них оценено числом баллов, близким к минимальному	
Неудовлетворительно	21–49	FX – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса освоено частично; необходимые практические навыки работы не сформированы; большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено либо качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над	Не зачтено

		материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий	
Неудовлетворительно	0–20	F – неудовлетворительно – теоретическое содержание курса не освоено; необходимые практические навыки работы не сформированы; все выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к какому-либо значимому повышению качества выполнения учебных заданий	

1.5. Образец оформления экзаменационного билета

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ЛГПУ»)

2025/2026 учебный год

ИНСТИТУТ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ,
ИНФОРМАЦИОННЫХ И ОБСЛУЖИВАЮЩИХ ТЕХНОЛОГИЙ
кафедра высшей математики и методики преподавания математики

экзамен (устный/письменный) по дисциплине

«Линейная алгебра и аналитическая геометрия»

Код/названия направлений подготовки **44.03.05 «Педагогическое
образование (с двумя профилями) Физика. Математика»**
ОФО/ЗФО

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Действия над матрицами (сложение, вычитание матриц, умножение матрицы на число, умножение, транспонирование матриц). Их свойства.
2. Система координат в пространстве. Действия над векторами, заданными своими координатами.
3. Найти общее решение данной системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 11 \\ -x_1 + 2x_3 = 4 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 8 \end{cases}$$
4. Даны три вектора: $\vec{a} (1,2,3)$; $\vec{b} (-1,0,4)$; $\vec{c} (-2,0,-1)$. Найти вектор $\vec{d}=3\vec{a} - 3\vec{b}+2\vec{c}$, направляющие косинусы, модуль.

Утверждено на заседании кафедры ВМ и МПМ, протокол №__ от ____ года.

Заведующий кафедрой

Я.П. Кривко

Экзаменатор

А.А. Тищенко

2. КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА

2.1. Оценочные средства текущего контроля (типовые)

Индивидуальное задание:

1. Выполнить действия над матрицами

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & -5 & 6 \\ 2 & 1 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 9 \\ 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -10 & 11 & 5 \\ 4 & 6 & 2 \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \end{pmatrix}$$

2. Найти определитель, раскрыв его по одному из столбцов и по одной из строк:

$$\begin{vmatrix} 1 & -3 & 6 & 5 \\ 4 & -2 & 2 & 5 \\ 4 & 9 & 0 & 7 \\ 2 & -12 & 1 & 8 \end{vmatrix}$$

3. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы, методом Крамера и методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 7 \\ -3x_1 + 7x_2 + 5x_3 = 48 \\ 6x_1 + 8x_2 + 3x_3 = 13 \end{cases}$$

4. Найти ранг матрицы методом окаймляющих миноров и при помощи элементарных преобразований строк и столбцов:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 & 5 \\ -2 & -3 & -1 & 3 \\ 7 & 5 & 5 & 3 \\ 2 & -2 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

5. Убедиться, используя теорему Кронекера-Капелли, в совместности системы. Найти общее решение и два частных. Выполнить проверку.

$$\begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + x_3 + 4x_4 = 3 \\ 18x_1 - 9x_2 + 6x_3 + 24x_4 = 18 \\ -3x_1 - x_3 - 4x_4 = -3 \\ -9x_1 + 6x_2 - 3x_3 - 12x_4 = -9 \end{cases}$$

6. Даны координаты вершин пирамиды ABCD: A(1; 3; 2), B(-1; 6; 2), C(-1; 3; 8), D(1; 6; 10). Записать векторы \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{AD} в системе орт $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ и найти модули этих векторов; найти угол между векторами \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} ; найти проекцию вектора \overrightarrow{AD} на вектор \overrightarrow{AB} ; найти площадь грани ABC; найти объем пирамиды ABCD; определить какой тройкой векторов (левой или правой) являются векторы \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} , \overrightarrow{AD} ; найти орт вектора \overrightarrow{AB} ; найти координаты центра тяжести треугольника ABC.

7. Даны четыре вектора: $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$. Доказать, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис и найти разложение вектора \vec{d} в этом базисе $\vec{a} = (-2, 3, -1); \vec{b} = (1, -2, 3); \vec{c} = (1, -3, 4); \vec{d} = (-4, 5, -1)$.
8. Даны вектора $\vec{a} = 4\vec{m} + \vec{n}, \vec{b} = 3\vec{m} - \vec{n}$, модули векторов $|\vec{m}| = 1, |\vec{n}| = 3$, угол между ними $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{2\pi}{3}$. Найти проекцию вектора.
9. Даны координаты вершин треугольника ABC : $A(-8; -3); B(0; -9); C(2; 5)$. Найти: длину стороны AB ; уравнения сторон AB и BC и их угловые коэффициенты; внутренний угол B ; уравнение медианы AE ; уравнение и длину высоты CD ; уравнение биссектрисы AK ; уравнение прямой, проходящей через точку E параллельно стороне AB ; координаты точки M , расположенной симметрично точке A относительно прямой CD .
10. Написать векторное параметрическое уравнение прямой, которая задана как пересечение двух плоскостей: $3x + y - z = 7, 2x + y = 5$. В качестве опорной точки взять точку, лежащую в плоскости Oxy .
11. Написать уравнение плоскости, проходящей через первую прямую параллельно второй: $\frac{x-3}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{2}; \frac{x-3}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{2}$.
12. Найти угол между плоскостями. $x - 3y + 5 = 0, 2x - y + 5z - 16 = 0$.
13. Даны уравнение кривой 2-го порядка $x^2 + 2y^2 - 2x + 8y + 3 = 0$ и уравнение прямой $x + 2y + 3 = 0$. Найти канонический вид уравнения кривой; точки пересечения кривой и прямой; сделать чертеж.
14. Дано уравнение кривой в полярной системе координат: $r = -6\sin\varphi$. Найти область определения функции, построить кривую и определить вид уравнения в декартовой системе координат.
15. Привести данное уравнение поверхности $144x^2 + 9y^2 + z^2 - 144 = 0$ к каноническому виду. Построить поверхность методом сечений.
16. Заданы уравнения двух поверхностей: $x^2 + z^2 - y + 1 = 0, y - 2z = 1$. Построить обе поверхности и линию их пересечения. Написать уравнения линии пересечения поверхностей и уравнение ее проекции на плоскость Oxz . Построить проекцию линии пересечения заданных поверхностей на заданную плоскость.

Контрольная работа № 1

1. Для данных матриц A и B и заданных чисел α, β

$$A = \begin{pmatrix} -7 & 3 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 5 \\ -2 & 6 & 0 \\ 10 & 3 & -8 \end{pmatrix}, \alpha = 6, \beta = 3.$$

требуется найти: 1) AB ; 2) $\alpha A \cdot B$; 3) $\beta A - E$, где E – единичная матрица; 4) транспонированные матрицы A^T и B^T .

2. Вычислить определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & -1 \\ 0 & 5 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

следующими способами:

а) разложением по элементам какой-нибудь строки; б) разложением по элементам какого-либо столбца

3. По заданной матрице A : $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, найти её обратную A^{-1} и

проверить равенства

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E.$$

4. При заданных матрицах A и B $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$.

найти неизвестную матрицу X , удовлетворяющую матричному уравнению $AX = B$.

5. Найти общее решение данной системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 4, \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 = 6, \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 6, \\ 2x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 3x_4 + 9x_5 = 14. \end{cases}$$

6. Вычислить ранг заданной матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \end{pmatrix}.$$

Контрольная работа № 2

1. Даны векторы: $\vec{a} = (2; -1; -2)$; $\vec{b} = (8; -4; 0)$. Найти векторы $\vec{c} = 2\vec{a}$, $\vec{d} = \vec{b} - \vec{a}$. Определить длины векторов \vec{c} и \vec{d} , скалярный квадрат вектора \vec{d} , скалярное произведение векторов \vec{c} и \vec{d} , угол между векторами \vec{c} и \vec{d} .

2. Доказать, что точки $A(2; 1; 0)$, $B(0; 4; -3)$, $C(-2; 3; -5)$, $D(2; -3; 1)$ являются вершинами трапеции. Найти длины ее оснований.
3. Векторы \vec{a} и \vec{b} образуют угол $\varphi = \frac{\pi}{6}$. Найти длину вектора $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 2$; $|\vec{b}| = 1$.
4. Даны координаты вершин четырехугольника ABCD: $A(-4; -3; -2)$, $B(2; -2; -3)$, $C(-8; -5; 1)$, $D(4; -3; -1)$. Доказать, что его диагонали взаимно перпендикулярны.
5. Найти скалярное произведение векторов: $\vec{p} = \vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$; $\vec{q} = \vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}$.
6. Установить, будет ли треугольник с вершинами $A(-3,4)$, $B(-9,6)$, $C(5,2)$ равнобедренным.
7. Найти направляющие косинусы вектора $\vec{a} = \vec{m} + 2\vec{n} - 3\vec{p}$, если $\vec{m} = (4,5,-2)$, $\vec{n} = (2,-1,1)$, $\vec{p} = (4,3,-2)$.
8. Даны векторы $\vec{a} = (1; 2; -1)$, $\vec{b} = (3; -1; -2)$. Вычислить $[2\vec{a} - \vec{b} \times \vec{a} + 2\vec{b}]$.
9. Упростить выражение: $[2\vec{a} - \vec{b} \times \vec{a} + 4\vec{b}]$
10. Найти площадь треугольника с вершинами в точках $A(2;2;2)$, $B(1;3;3)$, $C(3;4;2)$.
11. Проверить, являются ли вектора $\vec{a} = (1;2;2)$, $\vec{b} = (2;5;7)$, $\vec{c} = (1;1;-1)$ компланарными.

Контрольная работа № 3

1. Дана прямая $-2x + 3y - 6 = 0$. Определить параметры k и b .
2. Даны точки $A(1,2)$, $B(3,3)$ и $C(3,1)$. Найти высоту треугольника ABC, опущенную из вершины A.
3. Найти точку пересечения прямой $\frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ и плоскости $3x + 5y - z - 2 = 0$
4. Построить эллипс $9x^2 + 25y^2 = 225$. Найти полуоси, координаты фокусов, эксцентриситет.
5. Составить уравнение хорды окружности $x^2 + y^2 = 49$, делящейся в точке $A(1,2)$ пополам.
6. Привести данные уравнения поверхностей к каноническому виду. Построить поверхности методом сечений: а) $7x^2 + 6y^2 + 5z^2 - 4xy - 4yz - 18 = 0$; б) $3z - 1 = x^2$

Тестовое задание «Поверхности второго порядка»

- | | |
|---|---|
| 1 Поверхность, заданная уравнением $F(x,y,z)=0$, где | 1. трансцендентной;
2. алгебраической второго порядка; |
|---|---|

- $F(x,y,z)$ - многочлен второй степени, называется...
2. В сечении конуса плоскостью, не проходящей через вершину и имеющей угол наклона к плоскости Oxy , получим...
 1. эллипс;
 2. гиперболу;
 3. параболу;
 4. пару пересекающихся прямых.
 3. Сущность метода сечений состоит в следующем...
 1. геометрические объекты задают с помощью чисел, уравнений, неравенств или их систем и изучают геометрические свойства фигур аналитическими методами;
 2. строят пересечение данной поверхности с другими поверхностями второго порядка и определяют уравнения полученных линий пересечения;
 3. поверхность пересекают плоскостями, параллельными координатным плоскостям, и по виду линий пересечения судят о поверхности;
 4. поверхность пересекают различными прямыми, проходящими через начало координат, и проецируют полученные точки пересечения на координатные плоскости
 4. Какое из данных уравнений не определяет цилиндрическую поверхность
 1. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
 2. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0$
 3. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$
 4. $x^2 = 0$
 5. Сечением поверхности $4x^2 + 3y^2 - 12z = 0$ плоскостью $x = 5$ является
 1. эллипс
 2. гипербола
 3. парабола
 4. пара пересекающихся прямых
 6. Поверхность, определяемая уравнением $x^2 + y^2 = f^2(y)$ может быть получена вращением
 1. линии $y = f(x), z = 0$ вокруг оси Ox ,
 2. линии $y = f(z), y = 0$ вокруг оси Oy
 3. линии $z = f(y), x = 0$ вокруг оси Oy

- | | | |
|---|---|---|
| 7 | Уравнение
$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 2z$ определяет... | 4. линии $y = f(x), z = 0$ вокруг оси Oz
1. эллиптический параболоид
2. эллиптический цилиндр
3. гиперболический параболоид
4. однополосный гиперboloид |
|---|---|---|

Вопросы для коллоквиума:

1. Определение линейного пространства. Примеры, основные свойства.
2. Линейная зависимость векторов.
3. Полная система векторов. Основная лемма о линейной зависимости.
4. Базисы и размерность. Дополнение линейно независимой системы векторов до базиса.
5. Координаты. Переход от одного базиса к другому.
6. Подпространства линейного пространства. Операции над ними.
7. Связь размерностей суммы и пересечения подпространств.
8. Прямая сумма подпространств.
9. Линейные отображения. Изоморфизмы, эпиморфизмы и мономорфизмы.
10. Связь размерностей ядра и образа линейных отображений.

2.2. Оценочные средства для промежуточной аттестации (экзамен)

Вопросы к экзамену

1. Матрицы (основные определения, виды матриц).
2. Действия над матрицами (сложение, вычитание матриц, умножение матрицы на число). Их свойства.
3. Действия над матрицами (умножение, транспонирование матриц). Их свойства.
4. Определители (основные понятия). Вычисление определителей второго и третьего порядков.
5. Свойства определителей.
6. Миноры и их алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.
7. Вычисление определителей четвертого и выше порядков.
8. Элементарные преобразования матриц.
9. Обратная матрица, её вычисление и свойства.
10. Базисный минор матрицы.
11. Ранг матрицы. Его свойства.
12. Эквивалентные матрицы. Способы вычисления ранга матрицы.
13. Системы линейных алгебраических уравнений (основные понятия).
14. Решение невырожденных линейных систем. Матричный метод решения систем уравнений.

15. Решение невырожденных линейных систем. Метод Крамера.
16. Решение произвольных систем уравнений. Теорема Кронекера-Капелли.
17. Элементарные преобразования систем уравнений.
18. Метод Гаусса решения линейных систем.
19. Решение системы однородных линейных уравнений.
20. Комплексные числа. Арифметические операции над комплексными числами. Модуль и аргумент комплексного числа. Комплексно сопряженное число.
21. Геометрический смысл комплексных чисел. Комплексная плоскость.
22. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа.
23. Формулы Муавра. Возведение в целую положительную степень комплексного числа. Извлечение корня из комплексного числа.
24. Комплексные матрицы.
25. Векторы. Линейные операции над векторами (сложение, вычитание, умножение вектора на число). Их свойства.
26. Проекция вектора на ось, свойства проекций. Разложение вектора по ортам. Модуль вектора. Направляющие косинусы.
27. Система координат в пространстве. Действия над векторами, заданными своими координатами.
28. Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения.
29. Выражение скалярного произведения в декартовых координатах. Угол между векторами. Длина вектора.
30. Правые и левые тройки векторов. Определение векторного произведения векторов. Связь векторного произведения с коллинеарностью векторов. Теорема о выражении площади параллелограмма через векторное произведение.
31. Смешанное произведение трех векторов, его геометрический смысл.
32. “Сочетательное” свойство смешанного произведения. Связь смешанного произведения с компланарностью и линейной зависимостью векторов.
33. Выражение векторного и смешанного произведений через декартовы координаты.
34. Двойное векторное произведение.
35. Система координат. Виды систем координат.
36. Понятия алгебраической кривой на плоскости (поверхности в пространстве) и ее порядка.
37. Прямая на плоскости. Различные уравнения прямой на плоскости (общее, в отрезках, с угловым коэффициентом). Вектор нормали к прямой, заданной общим уравнением на плоскости.
38. Расстояние от точки до прямой на плоскости. Нормальное уравнение прямой. Отклонение точки от прямой.
39. Взаимное расположение прямых на плоскости.
40. Параметрическое представление плоскости в пространстве.

41. Общее уравнение плоскости в пространстве. Нормальный вектор плоскости. Векторное уравнение плоскости.
42. Нормальное уравнение плоскости. Отклонение точки от плоскости. Его использование для исследования взаимного расположения двух точек относительно плоскости.
43. Расстояние от точки до плоскости.
44. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве.
45. Представление прямой в пространстве как линии пересечения двух плоскостей.
46. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
47. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Расстояние между скрещивающимися прямыми.
48. Расстояние от точки до прямой в пространстве.
1. Определение кривой второго порядка.
2. Определение эллипса. Каноническое уравнение эллипса.
3. Директориальное свойство эллипса. Оптическое свойство эллипса.
4. Определение гиперболы. Каноническое уравнение гиперболы.
5. Директориальное свойство гиперболы. Оптическое свойство гиперболы.
6. Определение параболы. Каноническое уравнение параболы.
7. Оптическое свойство параболы.
8. Исследование формы эллипса, гиперболы и параболы.
9. Понятие поверхности.
10. Поверхности вращения и преобразование сжатия.
11. Эллипсоиды.
12. Гиперболоиды.
13. Параболоиды.
14. Конусы.
15. Цилиндрические поверхности.
16. Метод сечений.
17. Неполные уравнения поверхности 2-го порядка.
18. Определение линейного пространства. Примеры.
19. Линейная зависимость векторов линейного пространства. Свойства линейной зависимости.
20. Размерность линейного пространства. Теорема о связи размерности линейного пространства с количеством базисных векторов. Бесконечномерные пространства. Примеры.
21. Изоморфизм линейных пространств. Теорема об изоморфизме для конечномерных линейных пространств.
22. Подпространства. Теорема о размерности подпространства. Линейная оболочка векторов. Ее свойства. Сумма и прямая сумма подпространств.
23. Теорема о размерности суммы линейных подпространств. Следствия из этой теоремы. Размерность прямой суммы подпространств.

24. Скалярное произведение в линейном пространстве. Евклидово пространство. Матрица Грама.
25. Длина вектора. Неравенство Коши-Буняковского и неравенство треугольника. Аналог теоремы Пифагора для евклидовых пространств.
26. Ортогональные и ортонормированные системы векторов. Теорема о линейной независимости ортонормированной системы векторов. Ортогональный и ортонормированный базисы.
27. Выражение координат вектора в ОНБ через скалярное произведение вектора с базисным вектором. Процесс ортогонализации. Теорема Шмидта об ортогонализации.
28. Теорема о полной ортонормированной системе.
29. Ортогональные дополнения. Разложение линейного пространства в прямую сумму подпространства и его ортогонального дополнения. Ортогональная проекция и ортогональная составляющая.
30. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.